



Concours national d'informatique

Épreuve écrite d'algorithmique
Bordeaux, Lyon II et Toulon

Samedi 8 mars 2014

GLABULZATEURS



Uncle Scrooge – « An Eye For Detail », par Keno Don Rosa

1 Préambule

Bienvenue à **Prologin**. Ce sujet est l'épreuve écrite d'algorithmique et constitue la première des trois parties de votre épreuve régionale. Sa durée est de 3 heures. Par la suite, vous passerez un entretien (20 minutes) et une épreuve de programmation sur machine (4 heures).

Conseils

- Lisez bien tout le sujet avant de commencer.
- **Soignez la présentation** de votre copie.
- N'hésitez pas à poser des questions.
- Si vous avez fini en avance, relisez bien, ou préparez votre présentation pour l'entretien.
- N'oubliez pas de passer une bonne journée.

Remarques

- Le barème est donné à titre indicatif uniquement.
- Indiquez lisiblement vos nom et prénom, la ville où vous passez l'épreuve et la date en haut de votre copie.
- Tous les langages sont autorisés, veuillez néanmoins préciser celui que vous utilisez.
- Ce sont des humains qui lisent vos copies : laissez une marge, aérez votre code, ajoutez des commentaires (**seulement** lorsqu'ils sont nécessaires) et évitez au maximum les fautes d'orthographe, sinon ça va barder.
- Le barème récompense les algorithmes les plus efficaces : écrivez des fonctions qui trouvent la solution le plus rapidement possible.
- Si vous trouvez le sujet trop simple, relisez-le, réfléchissez bien, puis dites-le-nous, nous pouvons ajouter des questions plus difficiles.

2 Sujet

Introduction

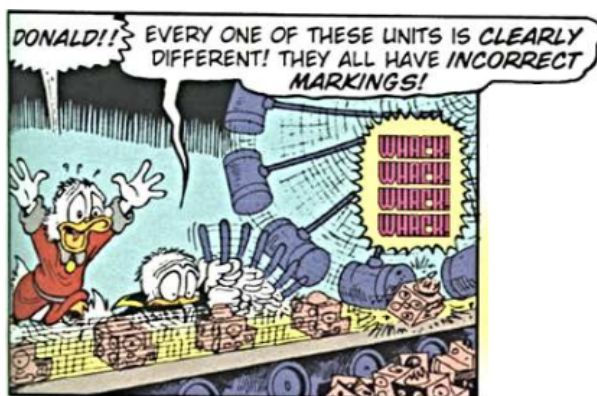
Cela fait maintenant un mois que vous êtes employé à l'usine de glabulzateurs de Balthazar Picsou, où votre travail consiste à préparer les glabulzateurs¹ qui sortent de la chaîne de fabrication pour qu'ils soient utilisés. Vous êtes « grassement » payé 30 cents de l'heure et avez le droit à « une interminable pause café² » par semaine³, au cours de laquelle vous réfléchissez souvent à comment automatiser ce processus (et ainsi prétendre à une augmentation et une amélioration de vos conditions de travail⁴).

Vous avez à votre disposition plusieurs machines, qui peuvent faire des opérations sur les glabulzateurs, comme par exemple :

- *Tourner le glabulzateur de 90 degrés vers la gauche ;*
- *Inverser le sens du glabulzateur quand l'antenne est à gauche ;*
- *Mettre le troisième bouton de polarité à « ON » si le premier est à « OFF » ;*
- *Réhausser de 5 centimètres les glabulzateurs dont la ventouse droite est compactée, de 6 centimètres si c'est celle de gauche ;*
- ...

Les glabulzateurs ont donc un nombre (fini) d'« états » (qui peut comprendre par exemple leur orientation, le nombre de boutons pressés ou n'importe lequel de leurs attributs), et vos machines permettent de passer d'un état à un autre, en fonction de l'état de départ.

Dans la suite du sujet, on notera les machines dans lesquelles passent les glabulzateurs par des *lettres*, et les différents états par des *nombres*.



1. Ou *veeblefetzer*, en V.O.

2. Donuts : 10c, Café : 20c.

3. Bien évidemment, déduit sur le temps de travail.

4. « Bouh ! Ce que vous êtes matérialiste ! »

Prenons un exemple concret⁵ :

Les glabulzateurs *positroniques* sont en forme de carré avec un trou. Ils ont 4 états, le trou à gauche (état 0), le trou en bas (état 1), le trou à droite (état 2) et le trou en haut (état 3).

On dispose de deux machines, la machine *a* tourne le glabulzateur de 90 degrés et la machine *b* le tourne de -90 degrés seulement si le trou est en bas (c'est à dire quand le glabulzateur est à l'état 1).

On peut schématiser les différents états et les relations qui permettent de passer de l'une à l'autre comme ceci :

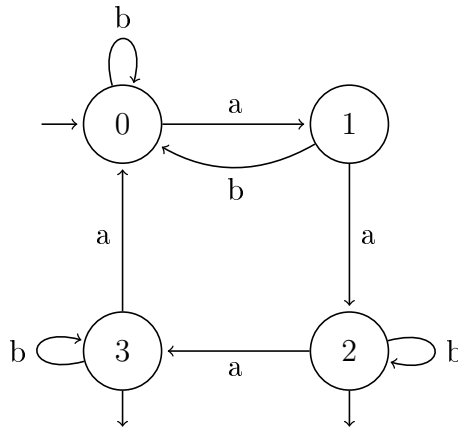


FIGURE 1 – Schéma de préparation d'un glabulzateur positronique

Explications :

- Pour chaque état, l'opération *a* fait passer à l'état suivant (+90 degrés).
- Pour tout les états sauf 1, l'opération *b* ne fait rien (et donc laisse le glabulzateur sur le même état, ce qui explique les « boucles »).
- Pour l'état 1, l'opération *b* ramène à l'état 0 (car le trou est en bas).

On appelle les états dans lesquels les glabulzateurs peuvent sortir de la chaîne de production des états "initiaux" (notés avec une flèche entrante), et les états dans lesquels on désire récupérer les états "finaux" (notés avec une flèche sortante). Dans l'exemple précédent, 1 est un état initial et 2 et 3 sont des états finaux (on reçoit donc toujours un glabulzateur avec le trou à gauche, et on en veut un avec le trou à droite ou en haut).

Dans tout le reste du sujet, il n'y a toujours qu'un seul état initial.



5. Même si, bien sûr, vous aviez déjà parfaitement réussi à visualiser un glabulzateur.

Question 1

(2 points)

Indiquer les structures de données que vous utiliserez pour stocker les relations entre les états des glabulzateurs et les opérations qu'ils subissent.

Cette question est importante car vous utiliserez vos structures pour écrire les fonctions des questions suivantes. Relisez donc entièrement le sujet ainsi que les questions qui suivent avant de répondre.

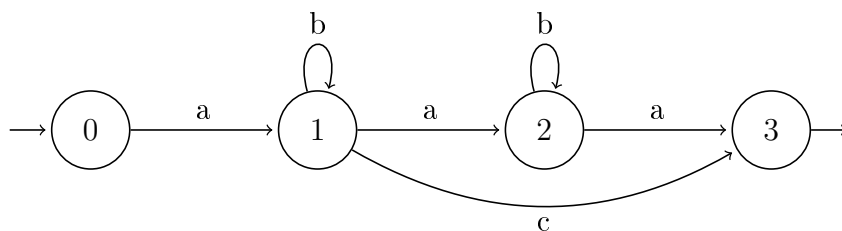


FIGURE 2 – Schéma de préparation d'un glabulzateur brozomé à gauche⁶.

Question 2

(1 point)

Dire, en vous référant au schéma ci-dessus, si l'on obtient bien le glabulzateur recherché si l'on applique les opérations suivantes, dans l'ordre, aux glabulzateurs :

- a, a, a
- a, a, a, a
- a, b, a, b, b, a
- a, c
- a, b, c
- a, a, c

Indication : Dans le schéma, lorsqu'il n'y a aucune flèche pour montrer ce que fait une opération à un certain état, cela signifie qu'il n'y a aucun moyen d'atteindre l'état final en exécutant cette opération, il n'est donc pas utile d'afficher les états suivants⁷.

Question 3

(2 points)

Écrire un algorithme qui, à partir des états des glabulzateurs et des informations des machines, et d'une séquence d'opérations que l'on fait subir au glabulzateur, détermine si l'on obtient bien l'état recherché (l'état final).

Question 4

(1 point)

Donner un schéma dans lequel il existe une infinité de séquences d'opérations qui permettent de passer de l'état initial à l'état final. Justifiez. Quelle propriété doit avoir le schéma pour que cette assertion soit vraie ?

6. Comme vous l'aurez deviné, il est impossible de brozomer à droite dans ce cas précis.

7. cf. Question 7

Question 5

(3 points)

Écrire une fonction qui renvoie *vrai* s'il est possible d'atteindre un état u à partir d'un état v , en utilisant les machines à votre disposition.

Vous vous rendez compte que votre algorithme de la question précédente n'est pas efficace lorsque vous l'appellez plusieurs fois sur de nombreux états différents. Vous cherchez donc un moyen de ne pas parcourir le schéma à chaque fois que votre algorithme est appelé.

Question 6

(3 points)

Décrire le principe d'une structure de données qui permettrait de déterminer rapidement s'il est possible d'atteindre un état u à partir d'un état v , puis écrire un algorithme qui précalcule cette structure de données à partir du schéma.

M. Picsou a commencé à jeter un œil⁸ à vos travaux, et n'est pas satisfait. Il trouve que vous perdez bien trop de temps⁹ à prendre en compte des états qui, de toute façon, ne mènent à aucun état final, et qu'il serait bien plus simple de s'en débarrasser purement et simplement.

Question 7

(3 points)

Écrire une fonction qui supprime les états qui ne mènent à aucun état final et les états qui ne sont pas accessibles depuis l'état initial.

M. Picsou en a assez de vous payer à rien faire et vous demande de produire un résultat intéressant sur-le-champ ! Vos recherches n'ont aucun intérêt tant que vous n'avez pas un moyen de trouver comment passer rapidement de l'état initial à l'état final, pour qu'il puisse installer les machines sur la chaîne de production.

Question 8

(3 points)

Écrire une fonction qui donne la séquence d'opérations la plus courte permettant de passer de l'état initial à l'état final.

Mais vous êtes fous ? Certaines de ces opérations nécessitent énormément d'électricité, et votre « pauvre patron sur la paille » ne peut pas se permettre de payer ce genre de frais supplémentaires. Essayez de réduire les frais d'électricité au maximum, tant pis si la production en est ralentie...

Question 9

(5 points)

Chacune des opérations a maintenant un coût en électricité donné. Comment modifier votre algorithme de la question précédente pour qu'il trouve la séquence d'opérations la moins coûteuse pour passer de l'état initial à l'état final ?

Une des machines a un défaut¹⁰ et sort des glabulzateurs dans plusieurs états différents à partir d'un état spécifique. Une même opération a peut donc conduire à deux états :

8. Pour le détail.

9. Et le temps, c'est de l'argent, évidemment.

10. Un défaut, peut-être, mais il y avait une promotion dessus, alors hein.

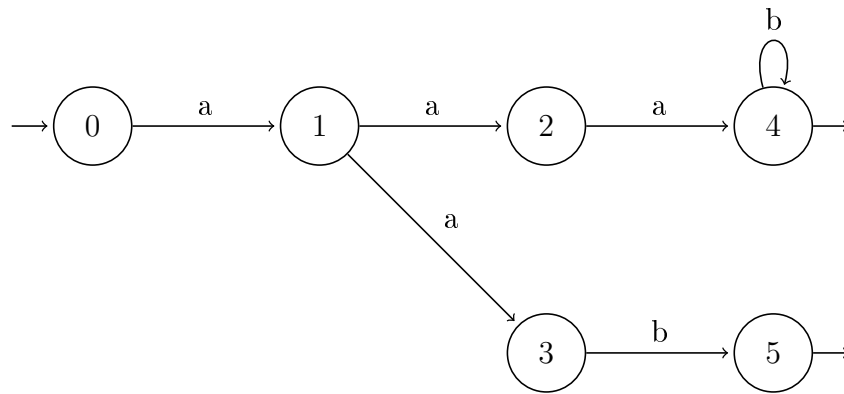


FIGURE 3 – Schéma de préparation dans lequel la machine a est cassée

Question 10

(1 point)

À présent, comment se comportent vos algorithmes des questions précédentes ? En quoi est-ce problématique ?

Pour déterminer quelles sont les configurations possibles, on va, pour chaque opération, inscrire la liste des états dans lequel peut se retrouver le glabulzateur. Le schéma précédent donne donc :

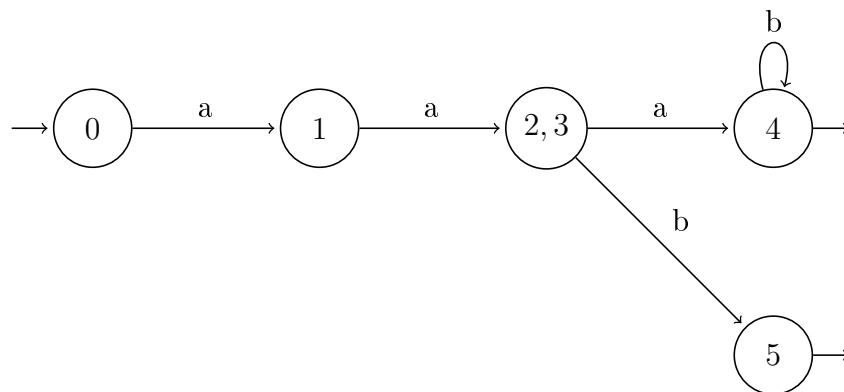


FIGURE 4 – Schéma des états possibles pour le schéma précédent

Question 11

(2 points)

Quelle propriété a ce nouveau schéma ? Peut-on s'en servir pour les algorithmes précédents ? Quel est le nombre d'états maximum, en fonction du nombre d'états de départ ?

Question 12

(4 points)

En déduire et expliquer (avec précision) le principe d'un algorithme qui transforme un schéma où une opération peut mener à différents états en un schéma où chaque opération ne mène qu'à un seul état. Justifier.

Question 13

(1 point)

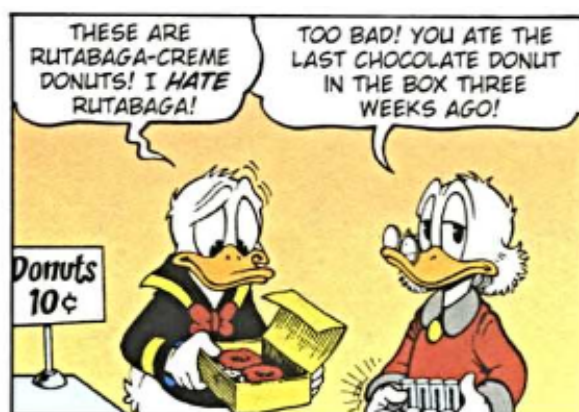
Est-il possible d'utiliser cet algorithme sans perdre l'information des coûts en électricité de chaque opération ? Justifier.

Question 14

(5 points)

Prouver qu'il existe un seul schéma minimal (en nombre d'états) *équivalent* (qui amène les mêmes suites de commandes d'un état initial à un état final) à tout schéma. Donner un algorithme permettant de calculer ce schéma minimum.

Vous ne pouvez attaquer les questions suivantes que s'il ne vous reste plus que des donuts aux rutabagas.



Question bonus 15

(2 points)

Trouver une séquence d'opérations qui, quelque soit l'état de départ, met le glabulzateur du premier schéma du sujet (Figure 1.) dans le même état. Comment appelle-t-on cette séquence¹¹ ?

Question bonus 16

(6 points)

Décrire le principe d'un algorithme qui, comme pour la question précédente, trouve une séquence qui réinitialise un glabulzateur dans un état, quelque soit son état de départ, si une telle séquence existe.

Question bonus 17

(1 point)

Riri, Fifi¹² ou Loulou ? Justifiez.

Le sujet est sur 36 points, et les questions bonus rapportent au total 9 points, plus 1 point de présentation.

11. Est-ce que ça vous rappelle quelque chose ? ;-)

12. Savez-vous ce que signifie le mot Riffi ?